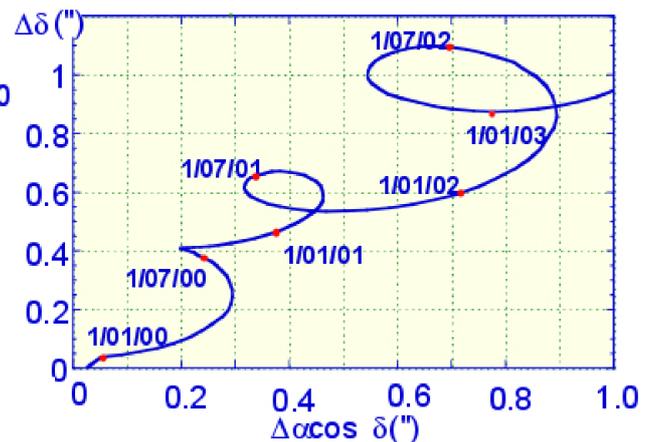
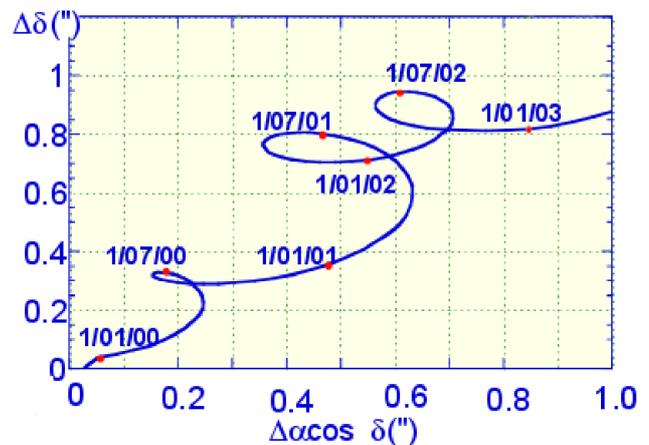
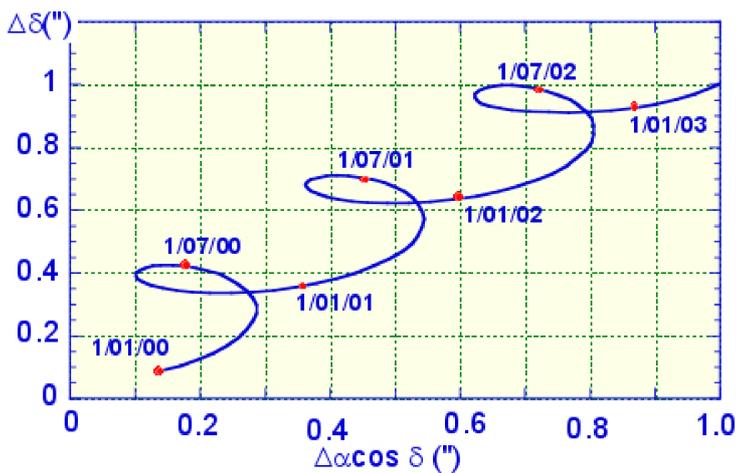




11 класс

Вам даны три модельные траектории звезды на небесной сфере (даты указаны в формате «день/месяц/год»). На рисунке слева изображена траектория звезды без планеты, на рисунках справа — траектории той же звезды в случае, если вокруг нее обращается одна планета (два графика соответствуют двум различным значениям периода обращения). Во все данные внесены поправки, связанные с годичной аберрацией.

Определите расстояние до звезды, ее тангенциальную скорость, а также период обращения планеты в каждом из двух случаев. Оцените погрешности полученных результатов.



**Решение:**

Так как за годичную аберрацию данные уже исправлены, то результирующее движение звезды складывается из двух: собственного движения, которое происходит по прямой, и параллактического движения по эллипсу (или окружности) с периодом 1 год.

Собственное движение по прямому восхождению  $\mu_\alpha$  определяется как расстояние между соседними «одноименными» (начала, либо середины года) точками по оси абсцисс, а по склонению  $\mu_\delta$  — по оси ординат. Так как по оси абсцисс отложена величина  $\Delta\alpha \cos \delta$ , то «цена»  $1''$  по обеим осям одинакова вне зависимости от склонения звезды. Таким образом, общее собственное движение определяется из теоремы Пифагора:  $\mu^2 = \mu_\alpha^2 + \mu_\delta^2$ . Измерения дают  $\mu_\alpha = \mu_\delta = 0.''25/\text{год}$ , следовательно  $\mu = \sqrt{2} \cdot 0.''25 \approx 0.''35/\text{год}$ .

Для того, чтобы определить параллакс, нужно отделить параллактическое движение от собственного движения звезды. Сделать это можно, вычтя из графика, изображающего траекторию звезды в течение какого-нибудь одного года **①**, график прямой, соединяющей точки, отмечающие положения звезды в начале этого и начале следующего годов (и тем самым, изображающий траекторию «чистого» собственного движения) **②**. Вычтуть график **②** из **①** можно разными способами:

1. построить график, координаты каждой точки которого будут разностями координат соответствующих по датам точек графиков **②** и **①**:  $(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ ;
2. точки графика **①** отложить в первой полуплоскости, а точки графика **②** — в третьей зеркальным образом (т.е.  $(-x_2, -y_2)$ ) и построить график, каждую точку которого можно определить как центр отрезка, соединяющего соответствующие по датам точки в I и III полуплоскостях;
3. и т.п.

Следует заметить, что имеющихся трех точек на графике **①** и двух на **②** для этой процедуры недостаточно, необходимо еще несколько промежуточных точек, отмечающих положения звезды через равные и меньшие полугодия промежутки времени (лучше — через восьмую часть года). На графике **①** их придется найти интерполяцией между полугодовыми положениями звезды, а на прямой **②** точки, отмечающие положения звезды через эти интервалы времени, располагаются на равных расстояниях между крайними положениями звезды.

Выполнив процедуру вычитания графиков, получаем эллипс, большая полуось которого и есть искомым параллакс. Измерения дают  $\pi \approx 0''.1$ , следовательно, расстояние до звезды  $r \approx 10$  пк, а тангенциальная скорость  $v_\tau = \mu \cdot r \approx 0.35 \cdot 10 = 3.5$  а.е./год.

Погрешность определения собственного движения можно оценить как  $0''.02$  (т.к. 1 мм на левом графике соответствует примерно такому количеству угловых секунд), а погрешность измерения параллакса, связанная с вычитанием графиков, раза в 2–3 больше. Следовательно, тангенциальная скорость надежно определяется с точностью до одной значащей цифры и составляет  $v_\tau \approx 3 \pm 1$  а.е./год.

Траектории звезды с планетой являются «суммой» траектории звезды без планеты и движения звезды по окружности вокруг центра масс системы «звезда–планета». Чтобы получить «чистую» траекторию вращения звезды вокруг центра масс, нужно вычтуть из траектории звезды с планетой траекторию звезды без планеты. График, изображающий траекторию звезды без планеты, обозначим **0**, верхний график траектории звезды с планетой — **I**, нижний — **II**. Процедура вычитания графика **0** из **I** или **II** аналогична описанной выше.

При построениях следует учесть, что, во-первых, масштабы по осям на исходных графиках разные (масштаб по прямому восхождению в два раза больше масштаба по склонению) и, во-вторых, масштаб графика **0** отличается от масштаба графиков **I** и **II**. Последнее различие можно устранить, например, строя графики «по клеточкам» (долям клеточек).

В результате получаем эллипс (если масштабы по осям разные, как на исходных графиках), либо окружность (если масштабы по осям сделаны одинаковыми), полный оборот звезды по которому завершается за 1.5 года в случае графика **I** и за 2.5 года в случае графика **II**, таковы же и периоды обращения соответствующих планет. Так как дискретность графиков по времени составляет половину года, то периоды не могут быть уверенно определены с точностью лучше, чем половина этого промежутка, т.е. четверть года.